EXERCICES SUR LES NOMBRES COMPLEXES

2. On désigne par M_1 et M_2 les images des solutions z_1 et z_2 dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. On note M le milieu du segment $[M_1M_2]$.

a) Vérifier que $z_M = \left(\frac{1+a}{2}\right)(1+i)$.

b) Déterminer alors l'ensemble des points M lorsque a décrit $\mathbb{R}$.

Exercice 6

1. On considère l'équation (E) $z^3 + 8 = 0$, $z \in \mathbb{C}$.
   a) D éterminer les réels a,b et c tels que $z^3 + 8 = (z + 2)(az^2 + bz + c)$.
   b) Résoudre l'équation (E).

2. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2$, $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ et $z_C = -1 - i\sqrt{3}$.
   a) Faire une figure.
   b) Prouver que le triangle ABC est équilatéral.

Exercice 7

On considère l'équation (E) : $z^3 - (4 + i)z^2 + (7 + i)z - 4 = 0$ où z désigne un nombre complexe.

Partie A :

1. a. Montrer que (E) admet une solution réelle, notée z_1.

b. Déterminer les deux nombres complexes α et β tels que, pour tout nombre complexe z, on ait :

$z^3 - (4 + i)z^2 + (7 + i)z - 4 = (z - z_1)(z - 2 - 2i)(\alpha z + \beta)$

2. Résoudre (E)